

Основы обработки текстов

Лекция 5

Методы классификации и кластеризации

Модели классификации

- Производящие (наивная байесовская модель, скрытые марковские модели)
 - предполагают независимость наблюдаемых переменных
- Разделяющие (логистическая регрессия, модель максимальной энтропии, марковские модели максимальной энтропии)

План

- Наивный байесовский классификатор
- Линейная регрессия
- Логистическая регрессия
- Модель максимальной энтропии
- Марковская модель максимальной энтропии

Наивный байесовский классификатор

- Выбор наиболее вероятного значения

$$\hat{s} = \arg \max_{s \in S} P(s|f)$$

- По правилу Байеса

$$\hat{s} = \arg \max_{s \in S} \frac{P(s)P(f|s)}{P(f)} = \arg \max_{s \in S} P(s)P(f|s)$$

- Наивное предположение об условной независимости признаков

$$\hat{s} = \arg \max_{s \in S} P(s) \prod_{j=1}^n P(f_j|s)$$

Обучение наивного байесовского классификатора

- Метод максимального правдоподобия
- Другими словами, просто считаем

$$P(s_i) = \frac{\text{count}(s_i, w_j)}{\text{count}(w_j)} \quad P(f_j | s) = \frac{\text{count}(f_j, s)}{\text{count}(s)}$$

- Алгоритм прост в реализации, но
 - Исчезновение значащих цифр → использовать сумму логарифмов вместо произведения
 - Нулевые вероятности → сглаживание или предположение о распределении $P(f_j | s)$

Пример

```
from sklearn.naive_bayes import *

corpus = [['list of texts'], ['classes']]

# initialize classifier
classifier = MultinomialNB()

# use unigrams and bigrams as features
vectorizer = CountVectorizer(ngram_range=(1,2))
y = corpus[1]
X = vectorizer.fit_transform(corpus[0])
classifier.fit(X,y) # train classifier

#transform new texts into feature vectors
unseen_texts = ["list of unseen texts"]
feature_vectors = vectorizer.transform(unseen_texts)
answers = classifier.predict(feature_vectors)
```

Модель максимальной энтропии

- Полиномиальная логистическая регрессия
- Модель классификации вида

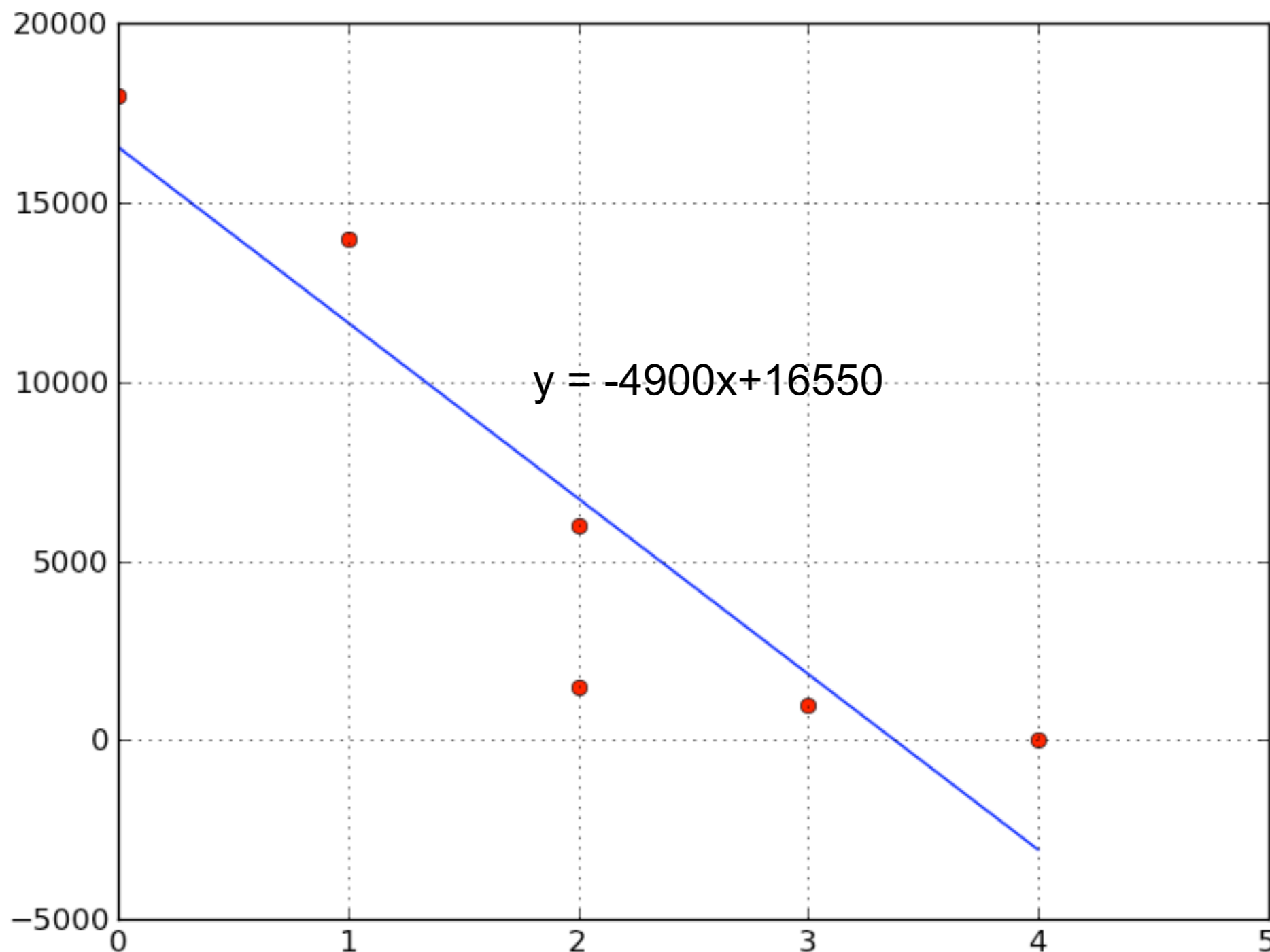
$$p(c|x) = \frac{1}{Z} \exp\left(\sum_i w_i f_i\right)$$

Линейная регрессия

Кол-во неопределенных прилагательных	Прибыль сверх запрашиваемой
4	0
3	\$1000
2	\$1500
2	\$6000
1	\$14000
0	\$18000

$$price = w_0 + w_1 * Num_Adjectives$$

Линейная регрессия



Линейная регрессия

$$price = w_0 + w_1 * Num_Adjectives + w_2 * Mortgage_Rate + w_3 * Num_Unsold_Houses$$

- Факторы, на основе которых делается предсказание, называются **признаками** (feature)

$$price = w_0 + \sum_{i=1}^N w_i \times f_i$$

- введем дополнительный признак $f_0 = 0$

$$y = \sum_{i=0}^N w_i \times f_i \quad \text{или} \quad y = w \cdot f$$

Вычисление коэффициентов

- Минимизировать квадратичную погрешность

$$cost(W) = \sum_{j=0}^M (y_{pred}^j - y_{obs}^j)^2$$

- Вычисляется по формуле

$$W = (X^T X)^{-1} X^T \vec{y}$$

Логистическая регрессия

- Перейдем к задаче классификации
- Определить вероятность, с которой наблюдение относится к классу
- Попробуем определить вероятность через линейную модель

$$P(y = true|x) = \sum_{i=0}^N w_i \times f_i = w \cdot f$$

Логистическая регрессия

- Попробуем определить отношение вероятности принадлежать классу к вероятности не принадлежать классу

$$\frac{P(y = true|x)}{1 - P(y = true|x)} = w \cdot f$$

Логистическая регрессия

- Проблема с несоответствием области значений решается введением натурального логарифма

$$\ln \left(\frac{P(y = true|x)}{1 - P(y = true|x)} \right) = w \cdot f$$

- Логит-преобразование

$$\text{logit}(P(x)) = \ln \left(\frac{P(x)}{1 - P(x)} \right)$$

- Определим вероятность ...

Логистическая регрессия

$$P(y = true|x) = \frac{e^{w \cdot f}}{1 + e^{w \cdot f}} \quad P(y = false|x) = \frac{1}{1 + e^{w \cdot f}}$$

- Или

$$P(y = true|x) = \frac{1}{1 + e^{-w \cdot f}} \quad P(y = false|x) = \frac{e^{-w \cdot f}}{1 + e^{-w \cdot f}}$$

- Логистическая функция

$$\frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Логистическая регрессия

$$P(y = true|x) > P(y = false|x)$$

$$\frac{P(y = true|x)}{1 - P(y = true|x)} > 1$$

$$e^{w \cdot f} > 1$$

$$w \cdot f > 0$$

$$\sum_{i=0}^N w_i f_i > 0 \quad \text{разделяющая гиперплоскость}$$

Полиномиальная логистическая регрессия

- Классификация на множество классов

$$p(c|x) = \frac{1}{Z} \exp\left(\sum_i w_i f_i\right)$$

$$p(c|x) = \frac{\exp\left(\sum_{i=0}^N w_{ci} f_i\right)}{\sum_{c' \in C} \exp\left(\sum_{i=0}^N w_{c'i} f_i\right)}$$

Признаки

- Принято использовать бинарные признаки
- Индикаторная функция зависящая от класса и наблюдения
- Пример.

$$f_1(c, x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \text{suffix}(word_i) = \text{"ing"} \ \& \ c = \text{VBG} \\ 0 & \end{cases}$$

$$f_2(c, x) = \begin{cases} 1 & \text{if } word_i = \text{"race"} \ \& \ c = \text{NN} \\ 0 & \end{cases}$$

Пример

		f1	f2	f3	f4	f5	f6
VB	f	0	1	0	1	1	0
	w		0.8		0.01	0.1	
NN	f	1	0	0	0	0	1
	w	0.8					-1.3

$$p(NN|x) = \frac{e^{0.8} e^{-1.3}}{e^{0.8} e^{-1.3} + e^{0.8} e^{0.01} e^{0.1}} = 0.2$$

$$p(VB|x) = \frac{e^{0.8} e^{0.01} e^{0.1}}{e^{0.8} e^{-1.3} + e^{0.8} e^{0.01} e^{0.1}} = 0.8$$

Обучение модели

- Найти параметры, которые максимизирует логарифмическое правдоподобие на тренировочном наборе

$$\hat{w} = \arg \max_w \sum_i \log P(y^i | x^i) - \sum_{j=1}^N \frac{w_j^2}{2\sigma_j^2}$$

- Используются методы выпуклой оптимизации
- Такой способ позволяет из всех моделей, удовлетворяющих ограничениям тестовой выборки, выбрать модель с максимальной энтропией (Berger et. al. 1996)

Марковская модель

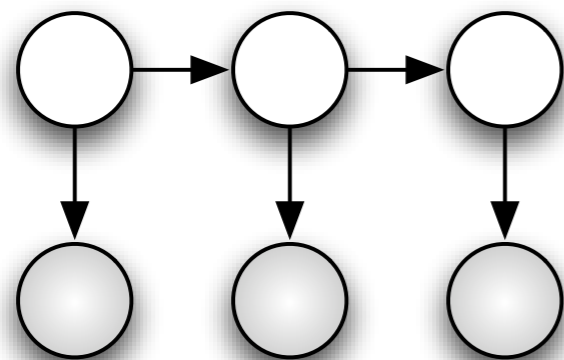
максимальной энтропии

- Позволяет смоделировать сложные признаки (например для определения части речи)

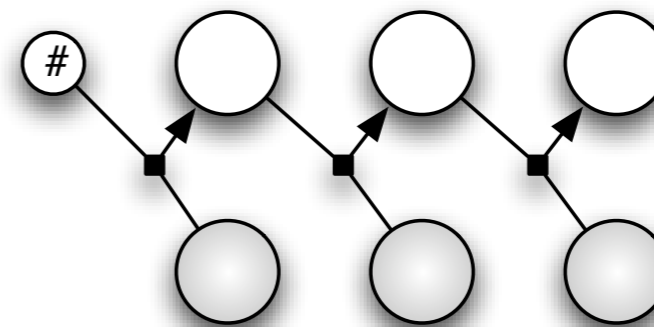
$$\hat{T} = \arg \max_t P(T|W) = \arg \max_T \prod_i P(tag_i | word_i, tag_{i-1})$$

- Сравнить с марковской моделью

$$\hat{T} = \arg \max_t P(T|W) = \arg \max_T \prod_i P(word_i | tag_i) P(tag_i, tag_{i-1})$$

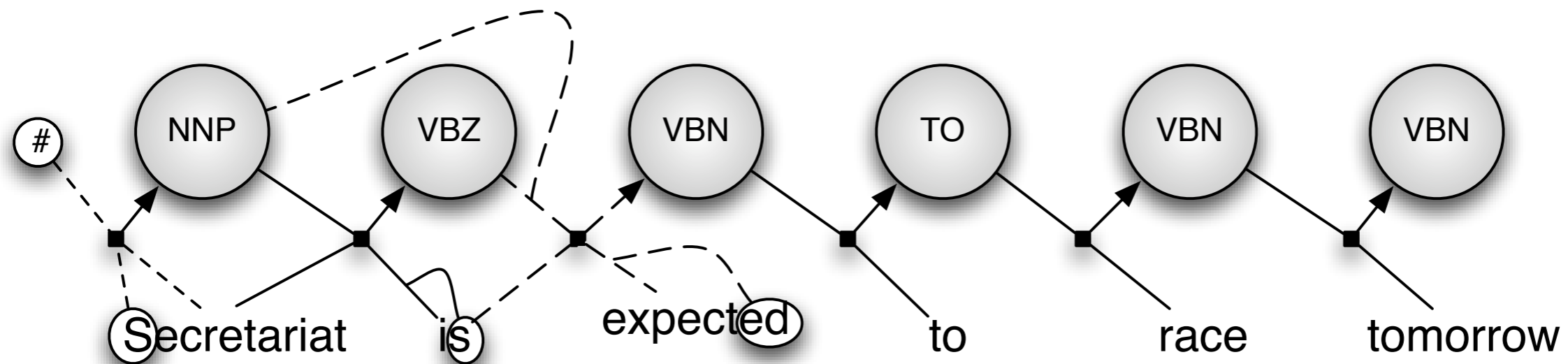


Скрытые марковские модели



Скрытые марковские модели максимальной энтропии

Признаки в MEMM



$$P(q|q', o) = \frac{1}{Z(o, q')} \exp \left(\sum_i w_i f_i(o, q) \right)$$

Декодирование и обучение

- Декодирование - алгоритм Витерби, где на каждом шаге вычисляется

$$v_t(j) = \max_{i=1}^N v_{t-1}(i) P(s_j | s_i, o_t), 1 \leq j \leq N, 1 < t \leq T$$

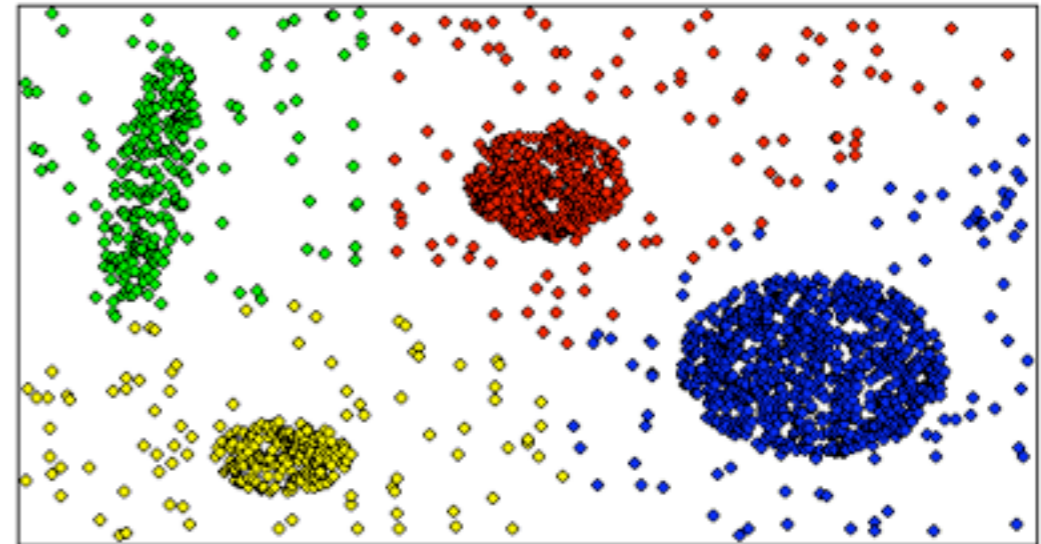
- Обучение аналогично логистической регрессии

Кластеризация

обучение без учителя

Мотивация

- Данные можно разбить на несколько групп по принципу схожести
- Поиск схожих документов
- Поиск схожих слов и терминов
- Реферирование документов
- Для задач обучения с учителем
 - Кластер, как признак для обучения
 - Кластер, как набор данных для обучения



Вход для алгоритмов

- Пусть каждый документ $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ представлен вектором $x_i = (x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n})$ в пространстве $X \subseteq R^n$
- Задается расстояние между векторами
 - Евклидово $d(p, q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + \dots + (p_n - q_n)^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (p_k - q_k)^2}$
 - Чебышева $l_\infty(\vec{x}, \vec{y}) = \max_{i=1, \dots, n} |x_i - y_i|$
 - Хэмминга $d_{ij} = \sum_{k=1}^p |x_{ik} - x_{jk}|$
 - Минковского $\rho(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p}$
 - ...

Взвешивание слов

- Частота слова в документе (tf)
- tf-idf

$$\text{tfidf}(t, d, D) = \text{tf}(t, d) \times \text{idf}(t, D)$$

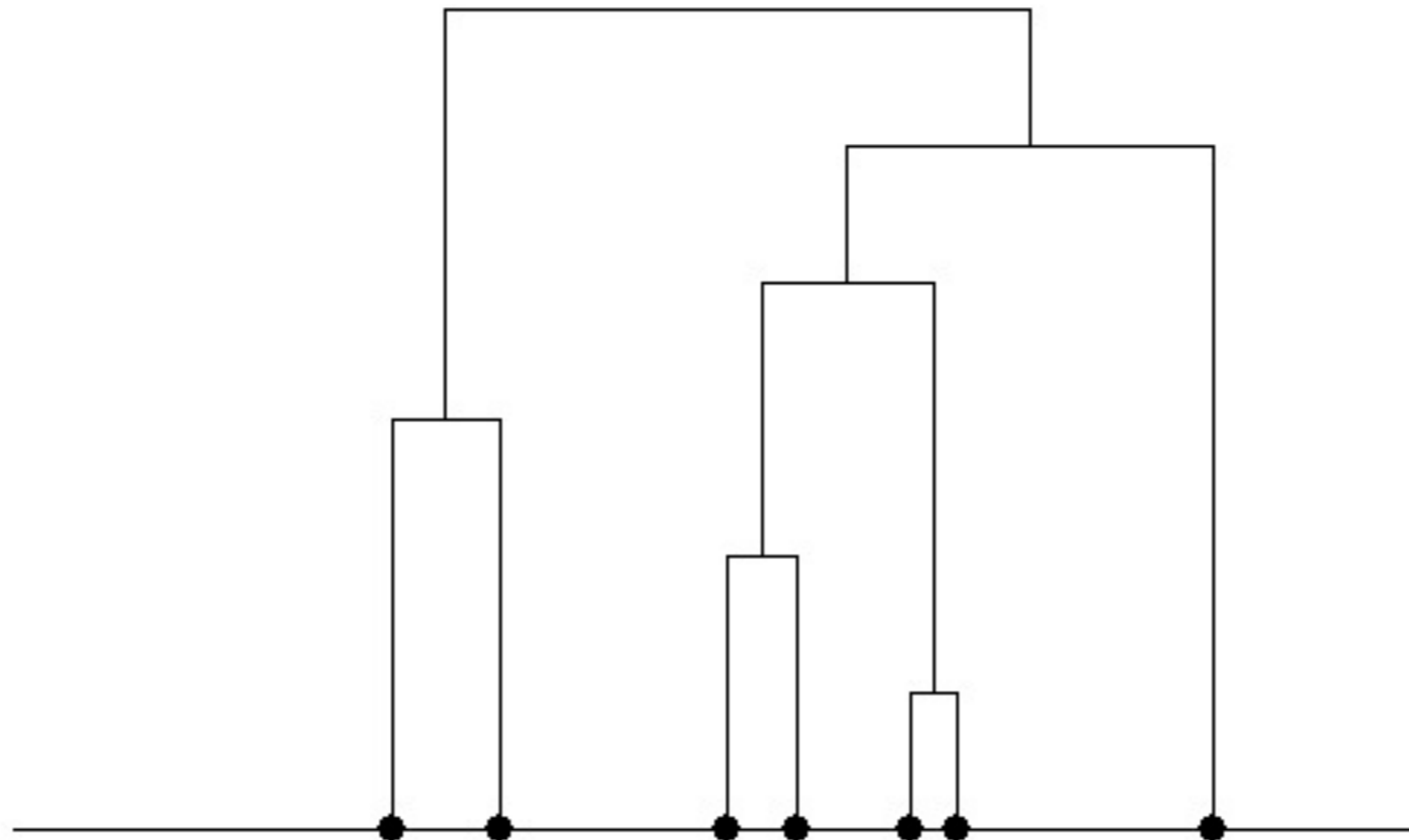
$$\text{idf}(t, D) = \log \frac{N}{|\{d \in D : t \in d\}|}$$

План

- Иерархическая кластеризация
- k-means
- Affinity propagation
- MeanShift
- Спектральная кластеризация
- WARD
- DBSCAN

Иерархическая кластеризация

- Строится дендрограмма - дерево обозначающее вложенную последовательность кластеров

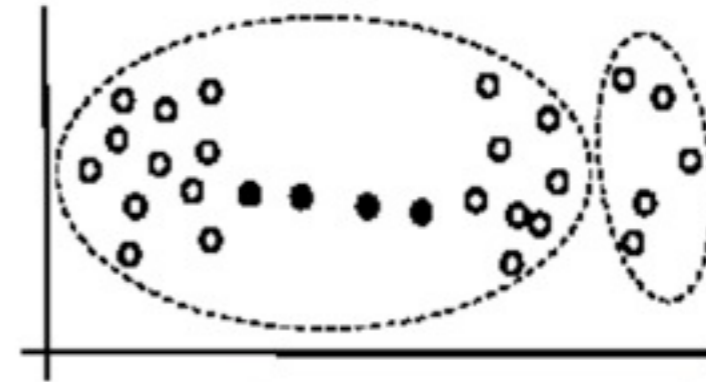


Типы иерархической кластеризации

- **Агломеративная**
 - каждая точка - кластер
 - объединяем два наиболее близких кластера в один
 - останавливаемся, когда все данные объединены в один кластер
- **Дивизимная**
 - все данные - один кластер
 - разделяем наименее плотный кластер на два
 - останавливаемся, когда достигли минимального допустимого размера

Расстояние между кластерами

- Между двумя ближайшими точками
 - Можно получить кластеры произвольной формы
 - “Эффект цепи”



- Между двумя самыми дальними точками
 - Чувствителен к выбросам
- Среднее расстояние

K-средних

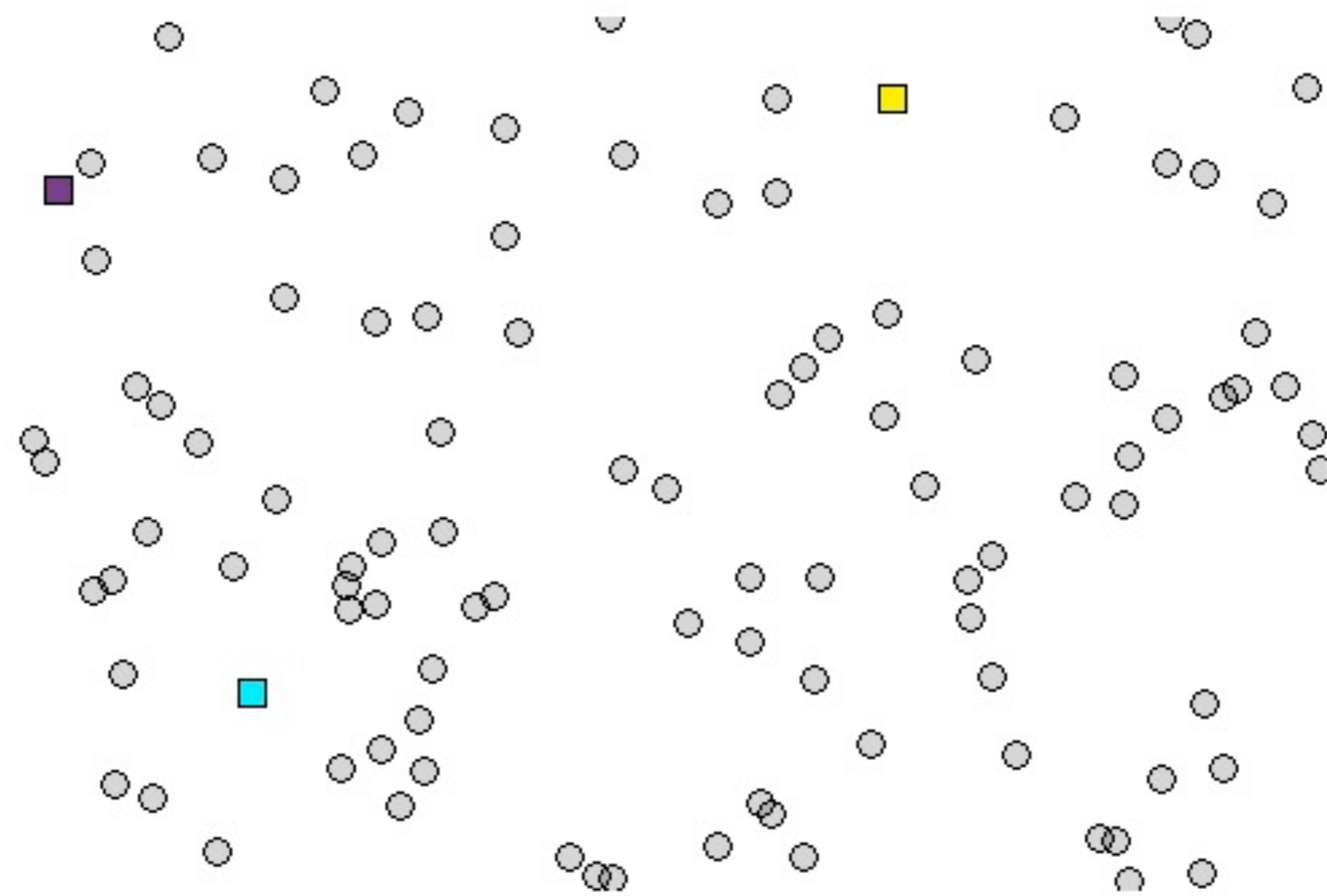
- Алгоритм k-means разбивает данные на k кластеров
 - Каждый кластер имеет центр - центроид
 - Параметр k - задается вручную
- Алгоритм
 1. Выбираются k точек в качестве начальных центроидов
 2. Сопоставить каждой точке ближайший центроид
 3. Пересчитать центроиды
 4. Если алгоритм не сошелся перейти на шаг 2

Критерий останова

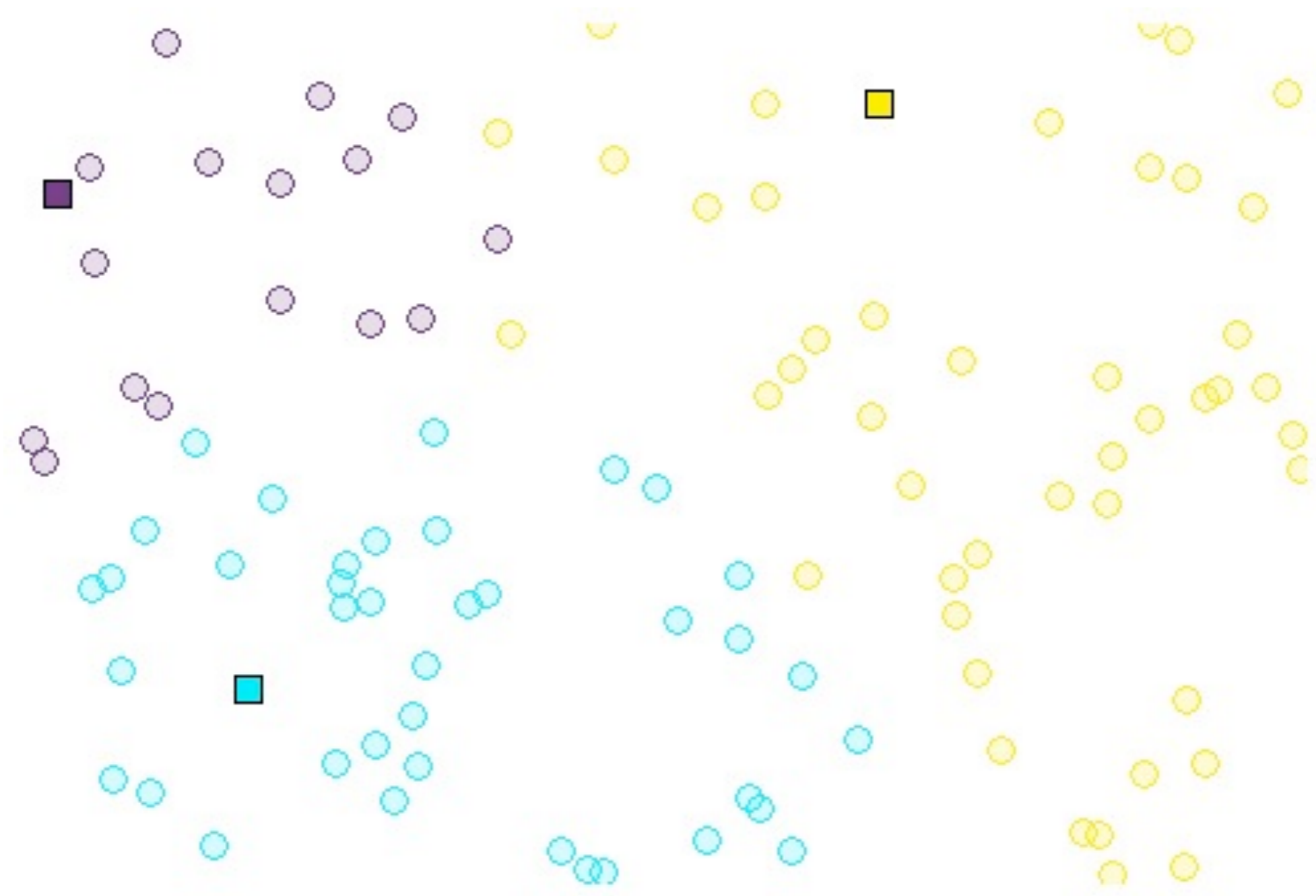
- Нет перехода точек в другой кластер
- Нет (незначительно) изменение центроидов
- Мало убывает погрешность (sum of squared error)

$$SSE = \sum_{j=1}^k \sum_{x \in C_j} dist(x, m_j)^2$$

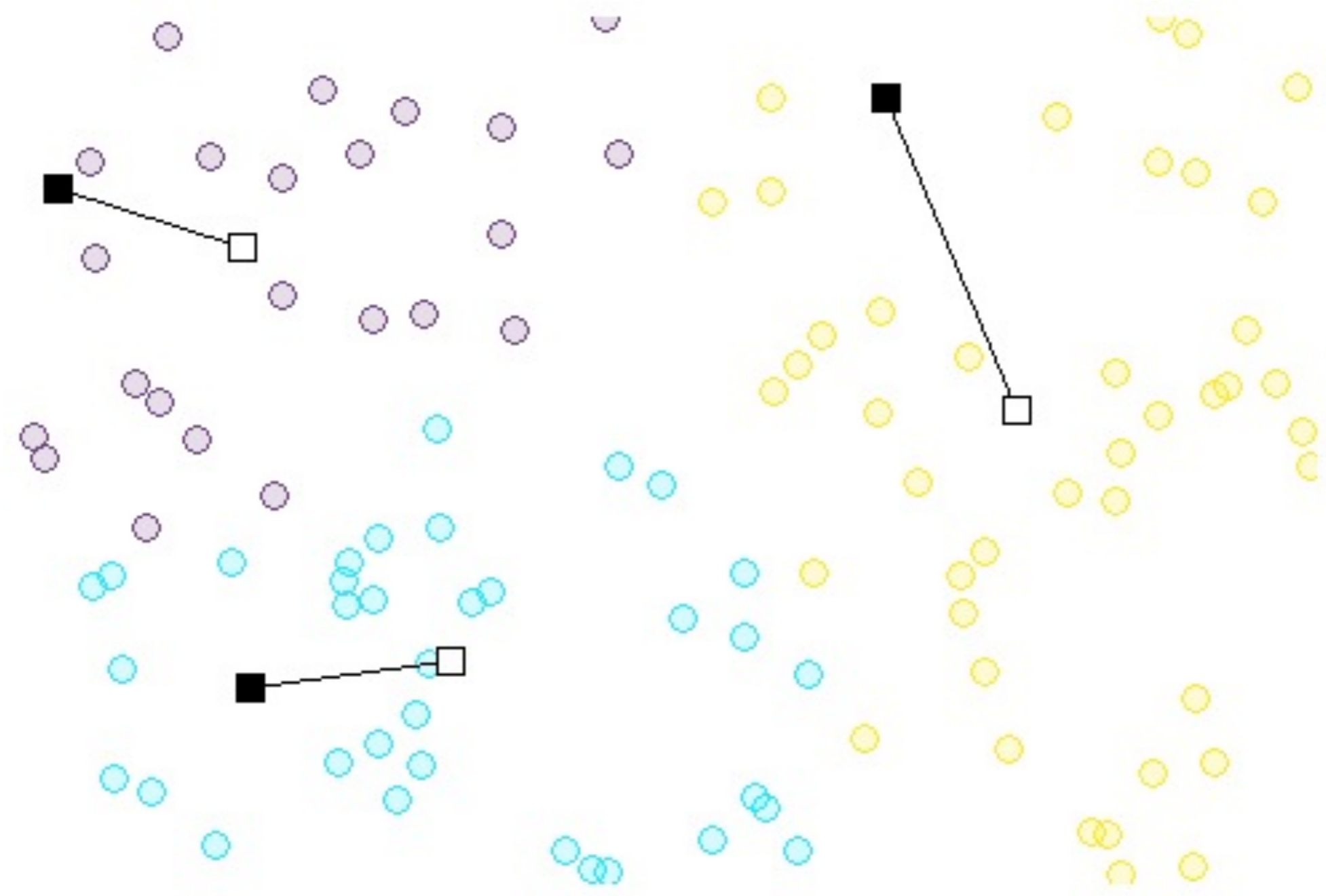
K-средних. Пример



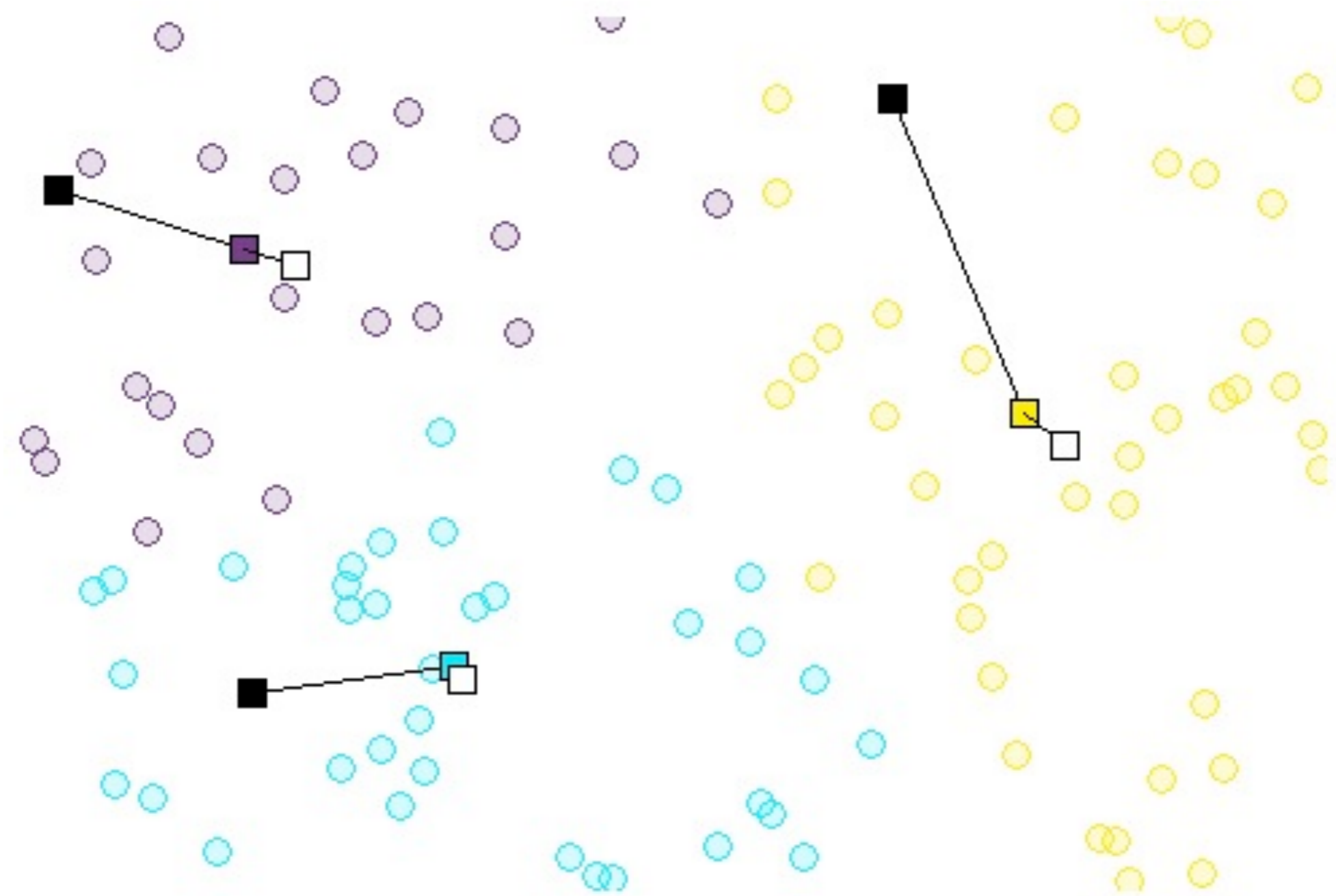
K-средних. Пример



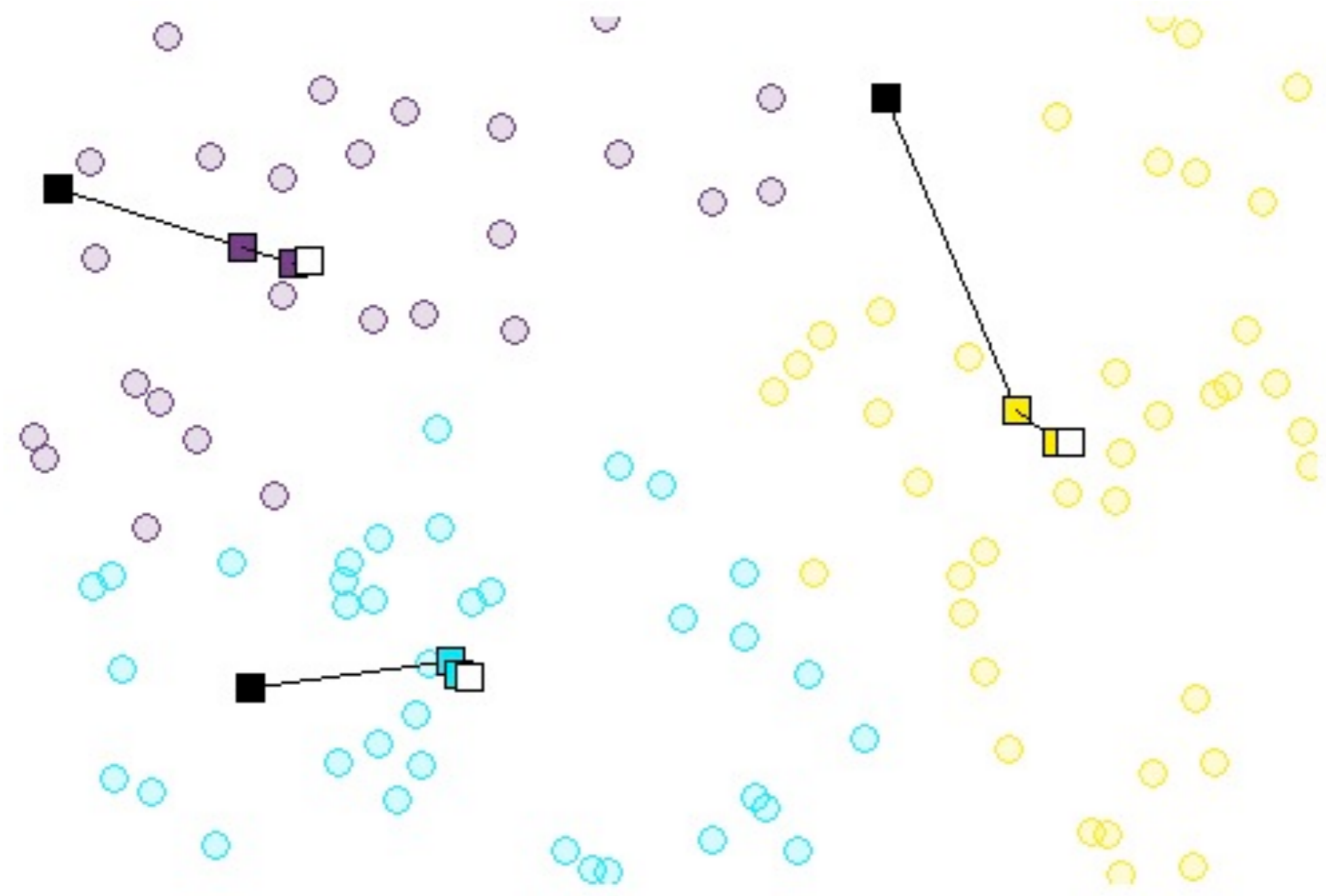
K-средних. Пример



K-средних. Пример



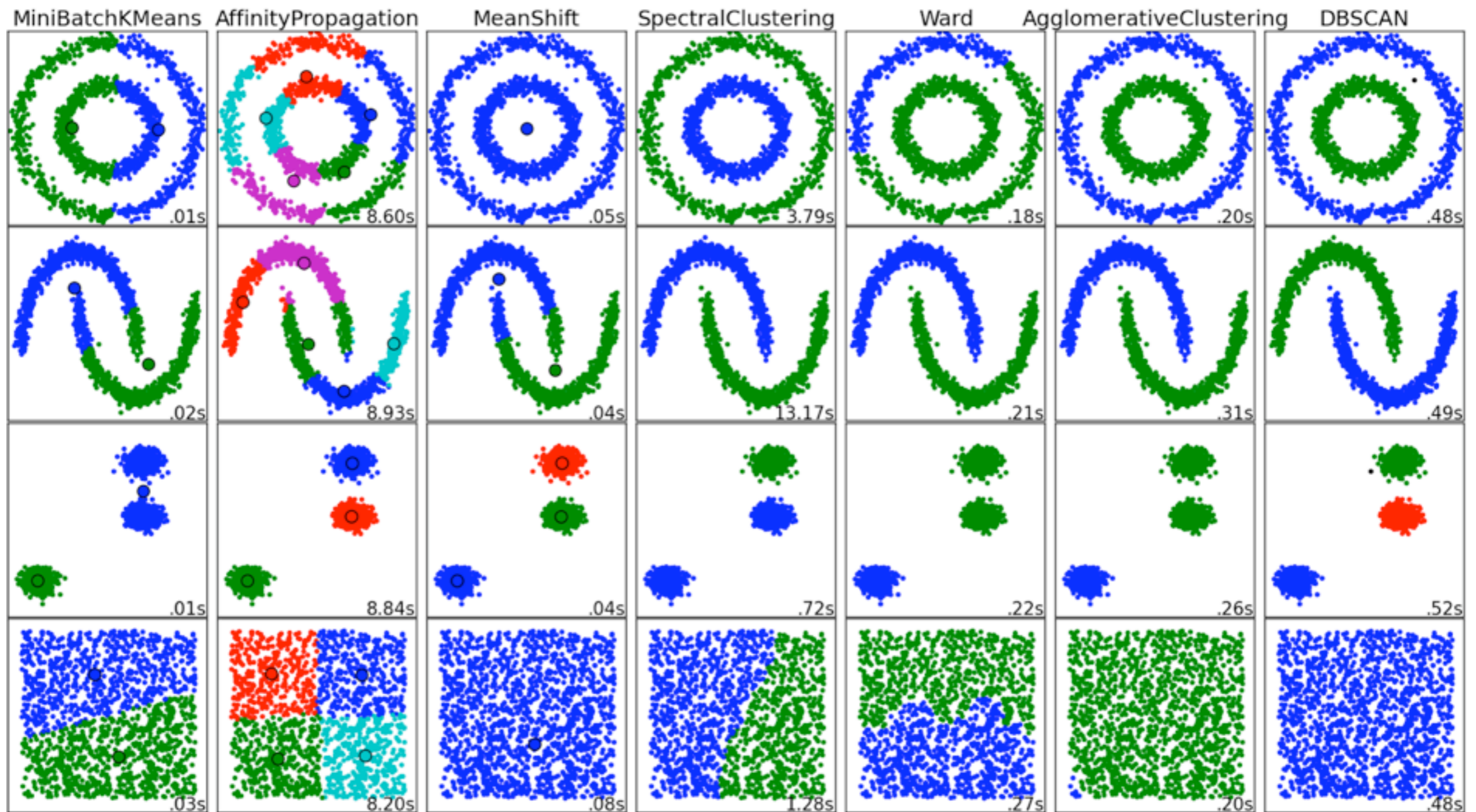
K-средних. Пример



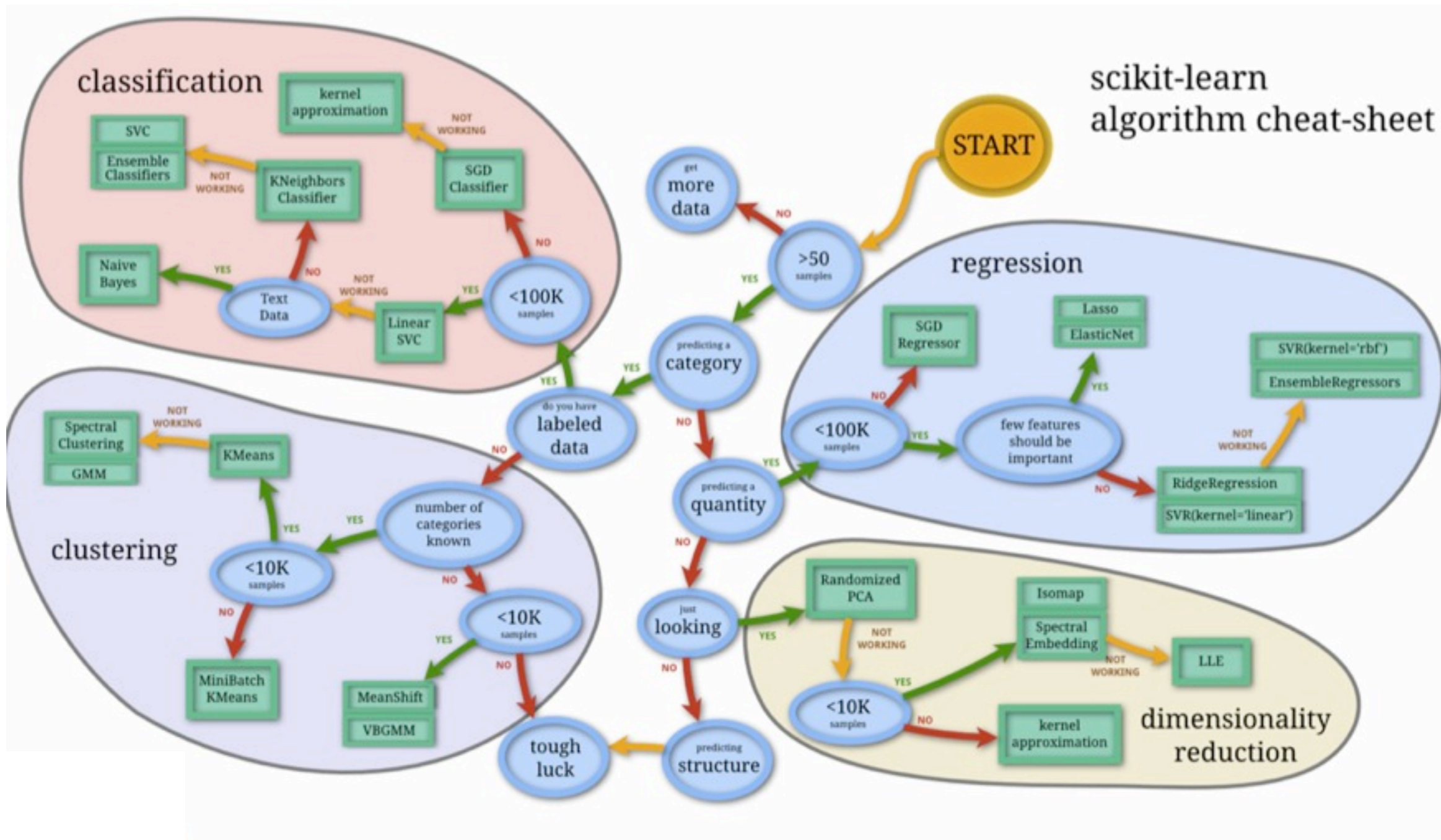
Проблемы

- Алгоритм чувствителен к начальному выбору центроидов
 - запуск с различной начальной инициализацией и выбор варианта с наиболее плотными кластерами
- Чувствителен к выбросам
 - можно фильтровать выбросы
- Не подходит для нахождения кластеров, не являющихся эллипсоидами
 - преобразование пространства

Какой алгоритм выбрать



План решения задач (sk-learn)



Заключение

- Рассмотрены некоторые модели классификации
 - Выбор классификатора зависит от задачи
 - Очень важно придумать хорошие признаки
- Рассмотрены алгоритмы кластеризации
 - Кластеризацию можно применять, когда нет данных для обучения
 - На практике необходимо учитывать специфику входных данных и возможности алгоритмов
- Многие (возможно любые) задачи обработки текстов можно решать с помощью классификации и кластеризации

Следующая лекция

- Контекстно-свободные грамматики
- Синтаксический анализ текстов